01.07. Corriente eléctrica Circuitos de corriente contínua (CC) Reglas de Kirchoff

Damián Gulich[1,2]

[1]Departamento de Ciencias Básicas,
Facultad de Ingeniería, UNLP

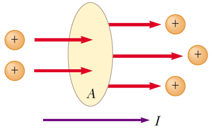
[2]Centro de Investigaciones Ópticas (CIOp)

Índice

Por fin las cargas se pueden mover

- En clases anteriores definimos que en el equilibrio electrostático NO puede haber campo eléctrico en un conductor.
- Hasta ahora hemos tratado los fenómenos eléctricos que surgen de cargas eléctricas estacionarias (electrostática).
- En las siguientes clases veremos los fenómenos que surgen de cargas en movimiento.

Corriente eléctrica



Corriente eléctrica

La corriente eléctrica I es la tasa a la cual la carga fluye a través de una dada superficie según

$$I = \frac{dQ}{dt} \tag{1}$$

La convención es asignarle a la corriente el mismo sentido que el flujo de las cargas positivas. Esto significa que las cargas negativas (p. ej. electrones) se mueven corriente arriba.

A valores medios, desde luego se usa que

$$I = \frac{\Delta Q}{\Delta t}$$

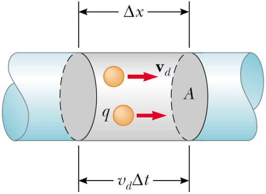
Unidades de la corriente eléctrica

En el Sistema Internacional de Unidades la unidad de corriente eléctrica es el ampere (A) definido según

$$[I] = \frac{[Q]}{[t]} = \frac{\mathsf{C}}{\mathsf{s}} = \mathsf{A}$$

Esta unidad es en honor a André-Marie Ampère (1775-1836), de quien hablaremos mucho cuando tratemos sobre campo magnético.

Modelo microscópico de la conducción de la corriente



- El volumen de la sección en gris es $A\Delta x$
- n es el número de cargas móviles (portadores de carga) por unidad de volumen (todas de carga q)
- El número de cargas móviles en el volumen es entonces $N = n \cdot A\,\Delta x$
- La carga moviéndose es

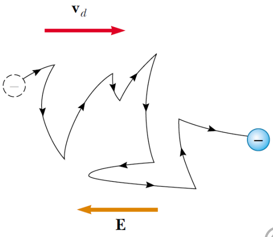
$$\Delta Q = N \cdot q = (nA\,\Delta x)\,q$$

- La corriente en promedio es

$$I_{\text{prom}} = \frac{\Delta Q}{\Delta t} = nA\,v_d q \qquad (2)$$

donde $v_d = \Delta x/\Delta t$ es la velocidad de deriva (o arrastre) y es la velocidad de los portadores de carga.

La velocidad de deriva



En un conductor los portadores de carga son los electrones.

- Si el conductor está aislado ($\Delta V = 0$) entonces los electrones se mueven al azar como si fuesen moléculas de un gas.
- Si ahora se aplica una diferencia de potencial en el conductor (p. ej. con una batería) aparece un campo eléctrico $\vec{E}$. Una carga negativa se mueve hacia las fuentes del campo.
  - Este campo ejerce una fuerza sobre los electrones, causando una corriente.
  - Sin embargo los electrones no se mueven en línea recta pues chocan con átomos del conductor.
- A pesar de las colisiones, los electrones se mueven con una pequeña velocidad $\vec{v}_d$ que, por ser electrones es opuesta a $\vec{E}$. Las colisiones actúan como una suerte de fricción interna.

Densidad de corriente

Supongamos un conductor de sacción transversal A por el que pasa una corriente I. La densidad de corriente J es la corriente por unidad de área es por (2):

$$J \equiv \frac{I}{A} = \frac{nAv_dq}{A} = nqv_d \qquad (3)$$

(Esta expresión es válida si A es perpendicular a la corriente). Nótese que $[J] = \mathrm{A/m^2}$.

Vector densidad de corriente

En general la densidad de corriente es un vector $\vec{J}$ de la forma

$$\vec{J} = nq\vec{v}_d \qquad (4)$$

La relación entre la densidad de corriente y $\vec{E}$

- Una densidad de corriente $\vec{J}$ y un campo eléctrico $\vec{E}$ se establecen en un conductor cuando se mantenga una diferencia de potencial ΔV a lo largo del conductor.
- Si $\Delta V =$ cte entonces la corriente I es constante.

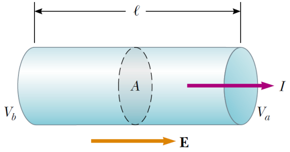
Ley de Ohm (relación entre $\vec{J}$ y $\vec{E}$)

En algunos materiales (incluyendo la mayoría de los metales) se cumple que

$$\vec{J} = \sigma \vec{E} \tag{5}$$

donde σ en este contexto es una constante de proporcionalidad llamada *conductividad* del material (¡no confundir con dens. sup.!). Los materiales que cumplen con esta regla se llaman *óhmicos* [Georg Simon Ohm (1787–1854)]. Esto es una relación empírica sólo válida en algunos materiales.

Ley de Ohm macroscópica



- Si entre los extremos de un conductor hay $\Delta V = -\int_a^b \vec{E} \cdot d\vec{\ell} = \cdots = E\ell$
- Si el material es óhmico, entonces

$$J = \sigma E = \sigma \frac{\Delta V}{\ell} \Longrightarrow \Delta V = \frac{\ell}{\sigma} J$$

- Como $J = I/A$, podemos despejar

$$\Delta V = \left(\frac{\ell}{\sigma A} \right) I \qquad (6)$$

Resistencia de un conductor

Resistencia de un conductor

La magnitud $\ell/(\sigma A)$ se denomina resistencia R de un conductor:

$$\frac{\ell}{\sigma A} \equiv \boxed{R = \frac{\Delta V}{I}} \tag{7}$$

Las unidades de R son

$$[R] = \frac{[\Delta V]}{[I]} = \frac{\mathsf{V}}{\mathsf{A}} = \Omega$$

donde Ω se lee "ohm".

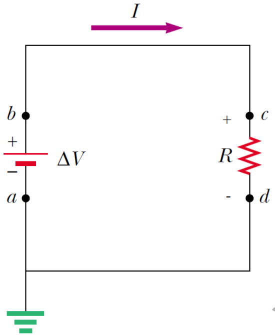
En un circuito una resistencia se dibuja con este símbolo: —⩘⩘—.

Los alambres que conectan un circuito se consideran como carentes de resistencia.

Energía eléctrica y potencia

- Cuando se usa una batería para establecer una corriente en un conductor la energía química almacenada adentro se convierte continuamente en energía cinética de los portadores de carga.
- Los choques de los portadores de carga contra los átomos del conductor aumentan la temperatura del conductor.
  - Energía química de la batería $\Longrightarrow$ energía interna térmica del conductor

Energía eléctrica y potencia (2)



- La batería mueve una carga positiva ΔQ en el sentido de I desde a vuelta completa hasta a.
- a y d están conectados a tierra ($V_a = V_d = 0$).
- Cuando la carga se mueve de a a b su energía potencial aumenta una cantidad $\Delta U = \Delta Q \Delta V$, que es la energía que se *pierde* al pasar por la resistencia R.
- Los cables son ideales (no se pierde energía en bc ni en da).
- No se junta carga en ningún lado pues la corriente I es la misma en todo el *circuito*.
- La tasa a la que se pierde energía por atravesar la resistencia es

$$\frac{\Delta U}{\Delta t} = \frac{\Delta Q}{\Delta t} \Delta V = I \, \Delta V$$

Energía eléctrica y potencia (3)

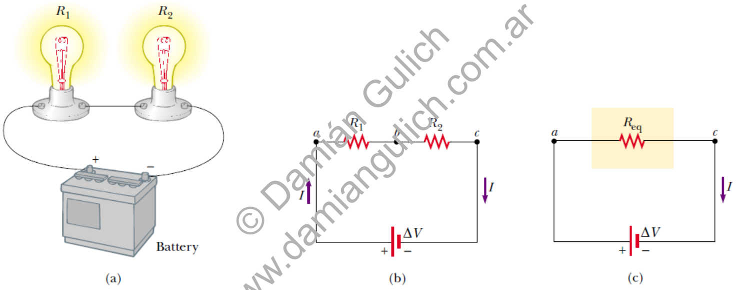
Potencia eléctrica

Debido a que la tasa a la que la carga pierde energía es igual a la potencia P dada a la resistencia (como energía térmica), tenemos las siguientes relaciones

$$P = I\,\Delta V = I^2 R = \frac{(\Delta V)^2}{R} \tag{8}$$

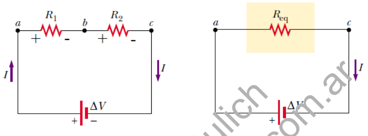
donde se ha empleado la ley macroscópica de Ohm para las formas equivalentes.

Resistencias en serie



Para una combinación de resistencias **en serie** pasa la misma corriente por ellas puesto que cualquier carga que pase por una resistencia debe pasar por todas las demás.

Resistencias en serie (2)



(b) (c)

La caída de potencial en ab es IR_1, y la caída de potencial bc es IR_2. Pero la caída de potencial en ac es la misma que entre las terminales de la fuente (ΔV) [los cables son conductores], por lo que

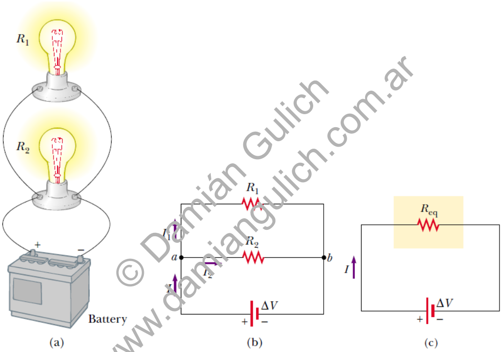
$$\Delta V = IR_1 + IR_2 = I\left(R_1 + R_2\right) = IR_{\text{eq}}$$

Resistencias en serie

Si las resistencias $R_1, \ldots, R_N$ están todas en serie, su resistencia equivalente es

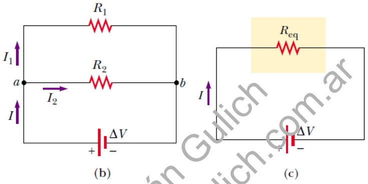
$$R_{\text{eq}} = \sum_{i=1}^{N} R_i \qquad (9)$$

Resistencias en paralelo



Para una combinación de resistencias **en paralelo** la diferencia de potencial entre sus extremos es la misma que entre los bornes de la fuente (ΔV). La corriente original se bifurca en dos corrientes en el nodo a y se vuelven a juntarse en b ($I = I_1 + I_2$)

Resistencias en paralelo (2)



Dada la relación de la Ley de Ohm macroscópica $\Delta V = IR \Longrightarrow I = \Delta V/R$. Como

$$I = I_1 + I_2 = \frac{\Delta V}{R_1} + \frac{\Delta V}{R_2} = \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right)\Delta V = \frac{\Delta V}{R_{\text{eq}}}$$

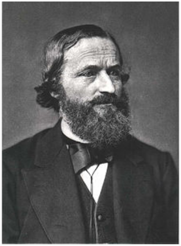
Resistencias en paralelo

Si las resistencias $R_1, \ldots, R_N$ están todas en paralelo, su resistencia equivalente se halla con

$$\frac{1}{R_{\text{eq}}} = \sum_{i=1}^{N} \frac{1}{R_i} \qquad (10)$$

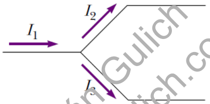
Circuitos más complicados

- A veces no es posible reducir un circuito de corriente contínua a una sola malla.
- El procedimiento para analizar circuitos más complicados se simplifica mucho empleando dos grandes principios llamados *reglas de Kirchoff*.



Información personal	
Nombre de nacimiento	Gustav Robert Kirchhoff
Nacimiento	12 de marzo de 1824 Königsberg, Prusia (actual Kaliningrado)
Fallecimiento	17 de octubre de 1887 (63 años) Berlín, Prusia, Alemania
Lugar de sepultura	Alter St.-Matthäus-Kirchhof Berlin (Alemania)
Nacionalidad	Alemana
Familia	
Padres	Johanna Henriette Wittke Friedrich Kirchhoff
Cónyuge	Clara Richelot
Educación	
Educado en	Universidad Albertus de

Reglas de Kirchoff

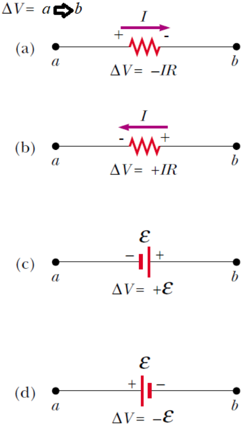


1 - Regla de los nodos

La suma de las corrientes entrantes a cualquier nodo es igual a la suma de las corrientes salientes:

$$\sum I_{\text{entrantes}} = \sum I_{\text{salientes}} \tag{11}$$

Reglas de Kirchoff (2)



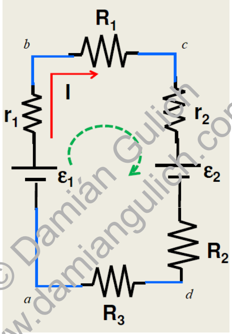
2 - Regla de las mallas

La suma de las diferencias de potencial a través de todos los elementos alrededor de cualquier recorrido cerrado debe ser cero:

$$\sum_{\text{rec. cerrado}} \Delta V = 0 \qquad (12)$$

Es conveniente poner letras a los codos y nodos del recorrido. Así un recorrido cerrado (con su sentido) queda biunívocamente expresado como (por ejemplo): $abcda$.

Ejemplo 1

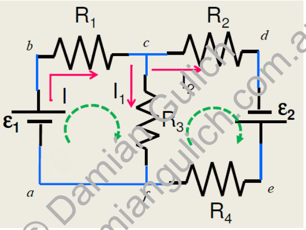


$$I = \frac{\varepsilon_1 - \varepsilon_2}{r_1 + R_1 + r_2 + R_2 + R_3}$$

Si $\varepsilon_2 > \varepsilon_1$ entonces $I < 0$, significa que la corriente circula en el sentido opuesto al que habíamos supuesto originalmente.

Nota: A los valores de las fuentes a veces se los suele escribir como ε.

Ejemplo 2



Nodo c: $I = I_1 + I_2$
Malla $abcfa$: $\varepsilon_1 - IR_1 - I_1R_3 = 0$
Malla $fcdef$: $\varepsilon_2 - I_2R_4 + I_1R_3 - I_2R_2 = 0$
Este sistema de 3 ecuaciones tienen 3 incógnitas a despejar: I, I_1, I_2. ¡Resolverlo para el laboratorio!

Preguntas

Preguntas