

## 01.10. Movimiento de cargas en campos magnéticos: aplicaciones

Damián Gulich<sup>1,2</sup>

<sup>1</sup>Departamento de Ciencias Básicas,  
Facultad de Ingeniería, UNLP

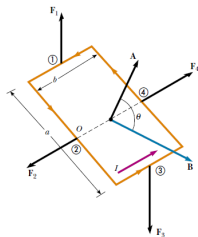
<sup>2</sup>Centro de Investigaciones Ópticas (CIOp)

# Índice

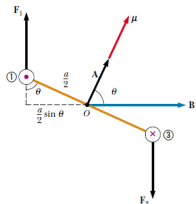
- 1 El galvanómetro de D'Arsonval
- 2 Selector de velocidades
- 3 Espectrómetro de masas
- 4 Ciclotrón
- 5 Efecto Hall

©Damián Gulich  
www.damiangulich.com.ar

# Torque sobre espira rectangular en $\vec{B}$ uniforme



(a)



(b)

- Sea  $\vec{B}$  un campo magnético horizontal y una espira de corriente  $I$  de área  $A$  puesta como en el dibujo.
- La espira puede girar alrededor del eje  $O$ .
- Sea  $\vec{F}_B = I\vec{L} \times \vec{B}$  para un alambre recto.
- La espira está dispuesta formando un ángulo  $\theta$  entre su normal y  $\vec{B}$ .
- Las fuerzas  $\vec{F}_2$  y  $\vec{F}_4$  no hacen torque porque se aplican sobre el eje de giro. Además se cancelan mutuamente.
- Sobre los lados 1 y 3 las fuerzas respectivas hacen un par y producen un torque.
- La magnitud del torque ( $\vec{\tau} = \vec{r} \times \vec{F}$ ) total es

$$\begin{aligned} \tau &= F_1 \frac{a}{2} \sin(\theta) + F_3 \frac{a}{2} \sin(\theta) = IabB \sin(\theta) \\ &= IAB \sin(\theta) \end{aligned} \quad (1)$$

## Momento dipolar magnético

De la expresión (1)  $\tau = IAB \sin(\theta)$  el torque es máximo cuando  $\theta = 90^\circ$  y es cero cuando  $\theta = 0^\circ \implies$  El vector de área  $\vec{A}$  tiende a alinearse con  $\vec{B}$ .

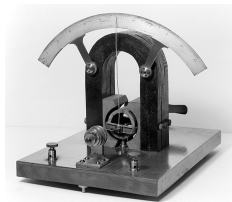
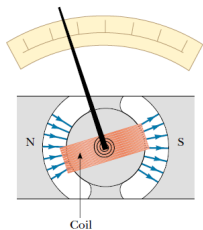
### Momento magnético

Una forma conveniente para el torque sobre la espira es

$$\vec{\tau} = I\vec{A} \times \vec{B} = \vec{\mu} \times \vec{B}$$

donde  $\vec{\mu} = I\vec{A}$  es el *momento magnético* de una espira de corriente. ( $[\vec{\mu}] = \text{A m}^2$ ).

# El galvanómetro de D'Arsonval



- En este caso tenemos una cantidad  $N$  de espiras en un campo magnético uniforme:

$$\tau_B = N\mu B = NIAB$$

- Las espiras están conectadas a un resorte de constante de torque  $k$ :  $\tau_{\text{resorte}} = -k\theta$
- En todo momento

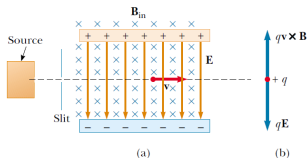
$$\tau_B + \tau_{\text{resorte}} = NIAB - k\theta = 0$$

de donde

$$\theta = \left( \frac{NAB}{k} \right) I \quad (2)$$

es el ángulo de deflexión del galvanómetro. El factor  $NAB/k$  depende del diseño del galvanómetro.

# Selector de velocidades



- En muchos experimentos es importante que todas las partículas se muevan con la misma velocidad. Esto se logra combinando  $\vec{E} = \text{cte}$  y  $\vec{B} = \text{cte}$  como en la figura.

$$\vec{F}_{\text{Lorentz}} = q\vec{E} + q\vec{v} \times \vec{B}$$

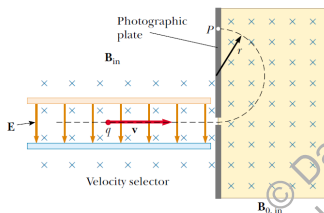
- Cuando las magnitudes de los campos se ajustan de forma que  $\vec{F}_{\text{Lorentz}} = \vec{0}$  tenemos que

$$qE = qvB$$

y la partícula se mueve en línea recta entre los campos cruzados. De ahí encontramos

$$v = \frac{E}{B} \quad (3)$$

# Espectrómetro de masas



- Un espectrómetro de masas separa partículas cargadas según su cociente  $m/q$ .
- En un espectrómetro de masas *Bainbridge*, un haz de partículas cargadas (iones) pasa primero por un selector de velocidades y entra en un campo magnético uniforme  $\vec{B}_0$  en la misma dirección que el del selector.
- Al entrar al segundo campo magnético los iones se mueven en un semicírculo de radio  $r$  e impactan sobre una placa fotográfica en el punto  $P$ .
  - Si los iones tienen carga (+) se deflectan hacia arriba
  - Si los iones tienen carga (-) se deflectan hacia abajo

## Espectrómetro de masas (2)

En la clase de Fuerza de Lorentz vimos que para una partícula de carga  $q$  y velocidad  $\vec{v}$  perpendicular a un campo  $\vec{B}_0$  el radio de la trayectoria circular era  $r = mv / (qB_0)$ . De allí podemos despejar

$$\frac{m}{q} = \frac{rB_0}{v}$$

Usando la relación que viene del selector de velocidades (3):

$$\boxed{\frac{m}{q} = \frac{rB_0B}{E}} \quad (4)$$

donde  $B$  y  $E$  son las amplitudes de los campos del selector. En la práctica con este método se miden las masas de varios isótopos de un mismo ion dado que todos tienen la misma carga. De esta forma se puede saber el cociente de sus masas aún si la carga  $q$  es desconocida.





## Ciclotrón (2)

- La diferencia de potencial se ajusta para que el ion siempre haga el salto entre D's sume una energía cinética  $q\Delta V$ .
- A medida que aumenta la energía aumenta el radio de giro hasta que el ion sale del arreglo con una energía cinética

$$K = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{q^2 B^2 R^2}{2m} \quad (5)$$

- Cuando la energía del ciclotrón supera los 20 MeV empiezan a jugar los efectos relativistas y los anteriores resultados pierden validez.

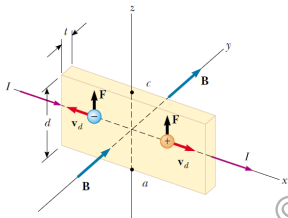
# El efecto Hall

- Cuando un conductor lleva una corriente y se lo somete a un campo magnético se produce una diferencia de potencial en la dirección perpendicular a la corriente y el campo magnético.
- Esto es debido a la desviación de los portadores de carga a un lado del conductor como resultado de la fuerza de Lorentz.

Este fenómeno fue observado en 1879 por Edwin Hall y se conoce como *efecto Hall*.

- El efecto Hall brinda información sobre el signo de los portadores de carga y su densidad.
- También se lo puede usar para medir muy precisamente campos magnéticos.

## El efecto Hall (2)



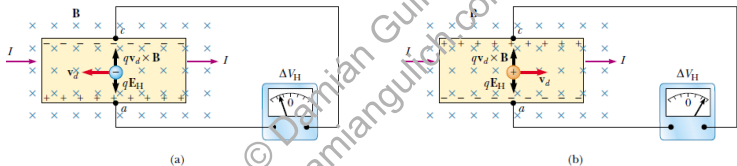
- Se usa un conductor plano con una corriente  $I$  en la dirección  $x$ .
- Se aplica un campo magnético uniforme  $\vec{B}$  en la dirección  $y$ .
- Si los portadores de carga son electrones (-), se mueven en la dirección de  $-x$  con velocidad de deriva  $\vec{v}_d$  y experimentan una fuerza magnética

$$\vec{F}_B = q \vec{v}_d \times \vec{B}$$

hacia arriba, acumulándose arriba y dejando una carga en exceso positiva abajo.

- La acumulación de cargas sigue hasta un equilibrio que se logra una saturación de electrones arriba.
- Un voltímetro sensible puede medir la diferencia de potencial (diferencia de potencial de Hall:  $\Delta V_H$ ) entre  $a$  y  $c$ .

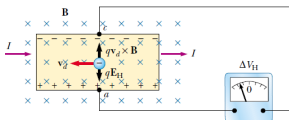
## El efecto Hall (3)



Si los portadores de carga fueren positivos, la acumulación de cargas sería con el signo opuesto.

El signo de  $\Delta V_H$  establece el signo de los portadores de carga.

## El efecto Hall (4)



- En el equilibrio la fuerza magnética  $qv_d B$  sobre los portadores se balancea con la fuerza eléctrica  $qE_H$  de la separación de cargas:

$$qv_d B = qE_H \implies E_H = v_d B$$

- Si  $d$  es el alto del conductor entonces  $\Delta V_H = E_H d$  y

$$\Delta V_H = v_d B d \quad (6)$$

y con esto se puede medir  $v_d$ :

$$v_d = \frac{\Delta V_H}{B d} \quad (7)$$

## El efecto Hall (5)

Se puede hallar la densidad de portadores  $n$ . En la clase sobre Ley de Ohm vimos que  $v_d = I / (nqA)$ . Sustituyendo en (6) y recordando que  $A = td$ :

$$\begin{aligned}\Delta V_H &= \frac{IBd}{nqA} = \frac{IB}{nqt} = \left(\frac{1}{nq}\right) \frac{IB}{t} \\ &= R_H \frac{IB}{t}\end{aligned}\quad (8)$$

donde  $R_H = 1 / (nq)$  es el *coeficiente de Hall*. Con la relación (8) y un conductor apropiadamente calibrado pueden medirse campos magnéticos.

## El efecto Hall (6)

- Debido a que todas las cantidades en la ecuación (8) que no sean  $nq$  pueden medirse, se puede obtener fácilmente un valor para el coeficiente de Hall.
- El signo y la magnitud de  $R_H$  dan el signo de los portadores de carga y su densidad numérica.
- En la mayoría de los metales, los portadores de carga son electrones, y la densidad del portador de carga determinada a partir de mediciones de efecto Hall está en buen acuerdo con los valores calculados para metales como litio (Li), sodio (Na), cobre (Cu) y plata (Ag), cuyos átomos cada uno cede un electrón para actuar como portador de corriente. En este caso,  $n$  es aproximadamente igual al número de electrones conductores por unidad de volumen. Sin embargo, este modelo clásico no es válido para metales como el hierro (Fe), el bismuto (Bi) y el cadmio (Cd) o para semiconductores. Estas discrepancias sólo pueden explicarse utilizando un modelo basado en la naturaleza cuántica de los sólidos.



# Preguntas

Preguntas

© Damián Gulich  
www.damiangulich.com.ar