Lo que patinó en el parcial

Damián Gulich

29 de julio de 2005

El oscilador armónico en 1 dimensión es

$$H(q,p) = \frac{p^2}{2m} + \frac{\omega^2 m}{2} q^2$$

y lo que quiero probar es que la cantidad

$$Q = \ln(p + im\omega q) - i\omega t$$

se conserva ($\dot{Q} = 0$). La solución directa por corchetes de Poisson es

$$\dot{Q} = [Q,H] + \frac{\partial Q}{\partial t} = \frac{\partial Q}{\partial q}\frac{\partial H}{\partial p} - \frac{\partial Q}{\partial p}\frac{\partial H}{\partial q} + \frac{\partial Q}{\partial t} = \frac{im\omega}{(p+im\omega q)}\frac{p}{m} - \frac{1}{(p+im\omega q)}\omega^2 m - i\omega$$

En el momento del parcial sólo agrupé los dos primeros términos, quedando

$$\dot{Q} = \frac{i\omega p - \omega^2 m x}{(p+im\omega q)} - i\omega$$

Que no parece anularse a primera vista. Si (como mi señorita de 4º grado me enseñó) sumaba el término que faltaba:

$$\boxed{\dot{Q} = \frac{i\omega p - \omega^2 m x - i\omega p + \omega^2 m x}{(p+im\omega q)} = 0}$$

Al no ver que se debía cancelar con el último término, ensayé que Q venía de alguna cierta transformación $F(q,Q)$, aunque seguramente no emboqué la formulación correcta de la constante al integrar $F = \int p(q,Q)\,dq + C(Q)$.